

SAMPLE PROBLEMS

ПРИМЕРНИ ЗАДАЧИ

AGE GROUP 3

Задача 1. Кои два различни знака от знаците $+$, $-$, $\cdot$ и $:$ трябва да поставим вместо $\square$, за да получим вярно равенство?

$$(16 \square 6) \square 2 = 5$$

Задача 1. Какие два различных знака из знаков $+$, $-$, $\cdot$ и $:$ нужно поставить вместо $\square$, чтобы получить верное равенство?

$$(16 \square 6) \square 2 = 5$$

Problem 1. Which two different symbols among $+$, $-$, $\times$ and $\div$ should we place instead of $\square$, in order for the following equation to be correct?

$$(16 \square 6) \square 2 = 5$$

Задача 2. Колко цифри са необходими, за да запишем нечетните двуцифрени числа, по-малки от 38?

Пояснение: За записването на числото 33 се използват две цифри.

Задача 2. Сколько цифр нужно для записи всех нечетных двузначных чисел меньше 38?

Пояснение: для записи числа 33 используются две цифры.

Problem 2. How many digits are needed in order to write down the odd two-digit numbers smaller than 38?

Hint: We use two digits to write the number 33.

Задача 3. Кое е числото N , ако $1.2.3. \dots N = 2.4.4.4.3.3.3.5.7$

Задача 3. Чему равно N , если $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N = 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

Problem 3. Find the number N , if $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times N = 2 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

Задача 4. В таблицата на всеки цвят (бял, сив и черен) съответства число. Сборвете на числата във всеки ред са показани на картинката. Кое число съответства на сивия квадрат?

Задача 4. В таблице каждому цвету (белый, серый, чёрный) соответствует своё число. Сумма чисел, стоящих в каждой из строк, указаны на картинке. Какое число соответствует серому квадрату?

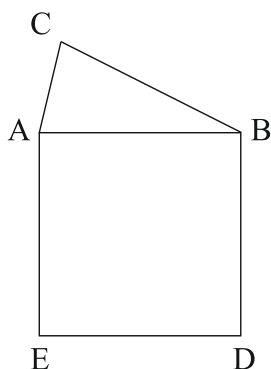
Problem 4. In the diagram below, each colour (white, grey and black) corresponds to a specific number. The sums of the numbers in each row have been shown on the diagram. What number corresponds to the grey square?

			45
			54
			27

Задача 5. Фигурата ACBDE е съставена от равнобедрен триъгълник ABC с основа AC и квадрат ABDE. Ако обиколката на фигурата ACBDE е с 8 см по-голяма от обиколката на триъгълника ABC, пресметнете обиколката на квадрата ABDE.

Задача 5. Фигура ACBDE составлена из равнобедренного треугольника ABC с основанием AC и квадрата ABDE. Если периметр фигуры ACBDE на 8 см больше периметра треугольника ABC, найдите периметр квадрата ABDE.

Problem 5. The figure ACBDE is made up of an isosceles triangle ABC with a base AC and a square ABDE. If the perimeter of the figure ACBDE is greater than the perimeter of the triangle ABC by 8 cm, find the perimeter of the square ABDE.



Задача 6. Число, което се чете по един и същ начин от ляво надясно и от дясно наляво се нарича палиндром. Колко са двуцифрените и трицифрените числа – палиндроми?

Задача 6. Число, которое выглядит одинаково при записи слева направо и справа налево назовем палиндромом. Сколько существует двузначных и трехзначных чисел – палиндромов?

Problem 6. A number that is read the same way backward and forward is called a palindrome. How many two-digit and three-digit palindromes are there?

Задача 7. Алекс има 21 молива с различен цвят – жълт, зелен, син и черен. От тях 18 не са зелени, 7 са черни, а 15 не са жълти. Колко сини моливи има Алекс?

Задача 7. У Алекса есть 21 карандаш разных цветов - желтого, зелёного, синего и черного. Из этих карандашей 18 не зелёные, 7 черные, а 15 - не желтые. Сколько синих карандашей у Алекса?

Problem 7. Alex has 21 pencils of different colours – yellow, green, blue and black. 18 of them are not green, 7 are black, and 15 are not yellow. How many blue pencils does Alex have?

AGE GROUP 4

Задача 1. В израза $53 - 40$, преместете една от цифрите, така че да получите най-голямата възможна разлика. Коя е тя?

Задача 1. В выражении $53 - 40$, переместите одну из цифр, так чтобы получить наибольшую возможную разность. Чему она равна?

Problem 1. Move one of the digits in the expression $53 - 40$, in order to get the greatest possible difference. What is the difference?

Задача 2. Числата 3, 7, 11, 15, ..., 119 са записани по следното правило: всяко следващо число се получава, като към предходното прибавим 4, докато стигнем до 119. Колко общо са записаните числа?

Задача 2. Числа 3, 7, 11, 15, ..., 119 записаны по следующему правилу: каждое следующее число получается, если к предыдущему прибавить 4, до тех пор, пока не достигнем до 119. Сколько всего записано чисел?

Problem 2. The numbers 3, 7, 11, 15, ..., 119 have been written according to the following rule: we get each number by adding 4 to the number preceding it. We keep doing this until we get to the number 119. How many numbers have we written in total?

Задача 3. Числата 28, 37, 42, 56, 61, 74, 81 и 91 са разделени в две групи по 4 числа, така че сборът на числата във всяка група е един и същ. Кое е четвъртото число от групата, в която са числата 28, 42 и 91?

Задача 3. Числа 28, 37, 42, 56, 61, 74, 81 и 91 разделены на две группы по 4 числа, так что сумма чисел в каждой группе одна и та же. Чему равно четвертое число в группе, в которой находятся числа 28, 42 и 91?

Problem 3. The numbers 28, 37, 42, 56, 61, 74, 81 and 91 have been divided into two groups of 4 numbers each, so that the sum of the numbers in each group is the same. Find the fourth number of the group that contains the numbers 28, 42 and 91.

Задача 4. С цифрите 0, 1, 3, 4, 5 и 6 са съставени две трицифрени числа. Колко е най-малката възможна разлика?

Задача 4. Из цифр 0, 1, 3, 4, 5 и 6 составлены два трехзначных числа. Чему равна их наименьшая возможная разность?

Problem 4. The digits 0, 1, 3, 4, 5 and 6 have been used to create two three-digit numbers. Find the least possible difference of those numbers.

Задача 5. Дадени са 4 точки. Колко триъгълника можем да начертаяме с върхове 3 от тези точки?

Задача 5. Даны 4 точки. Сколько треугольников можно начертить с вершинами в 3 из этих точек?

Problem 5. We are given 4 points. How many triangles can we draw that have 3 of these points as their vertices?

Задача 6. Колко най-много са поредните дни, сред които има само 9 понеделника и 9 вторник?

Задача 6. Какое наибольшее количество дней можно взять подряд так, чтобы среди них было ровно 9 понедельников и 9 вторников?

Problem 6. What is the greatest possible number of consecutive days, among which there are only 9 Mondays and 9 Tuesdays?

Задача 7. В таблица 3×3 са записани 9 числа:

Избираме едно число (произволно) и зачеркваме числата в реда и стълба на това число. След това избираме едно от останалите 4 числа и зачеркваме числата в неговия стълб и ред. Остава 1 число. Колко е сборът на това число и избраните числа?

Пояснение: Числото 8 е в един ред с числата 4 и 3; в един стълб с числата 11 и 14.

Задача 7. В таблице 3×3 записаны 9 чисел:

Выберем одно число (произвольно) и числа, стоящие в одной строке и в одном столбце с этим числом зачеркнем. После этого выберем одно из оставшихся 4 чисел, и числа в его столбце и строке зачеркнем. Останется одно число. Найдём сумму двух выбранных чисел и оставшегося числа. Чему она равна?

Пояснение: Число 8 стоит в одной строке с числами 4 и 3; в одном столбце с числами 11 и 14.

Problem 7. 9 numbers have been written in this 3×3 table:

4	8	3
7	11	6
10	14	9

You must pick one number at random and strikethrough the other numbers in the row and column of this number. Then you must pick one of the remaining 4 numbers, and again strikethrough the numbers in its row and column. There is 1 number remaining. Find the sum of the numbers you picked, as well as the remaining number.

Hint: The number 8 is in the same row as the numbers 4 and 3 and in the same column as the numbers 11 and 14.

GROUP 5

Задача 1. Колко най-малко е сборът на естествените числа a и b , ако

$$\frac{a}{5} < 1 \text{ и } \frac{b}{7} > 1 ?$$

Задача 1. Какое наименьшее значение принимает сумма натуральных чисел a и b , если

$$\frac{a}{5} < 1 \text{ и } \frac{b}{7} > 1 ?$$

Problem 1. What is the smallest possible sum of the natural numbers a and b , if

$$\frac{a}{5} < 1 \text{ and } \frac{b}{7} > 1 ?$$

Задача 2. Само с цифрите 1, 2 и 3 са образувани всички десетични дроби, като във всяка от тях всяка от цифрите се използва по веднъж. Колко сред тези дроби са по-малки от 3?

Задача 2. С помощью только трех цифр 1, 2 и 3 образованы все десятичные дроби, так, что в каждой дроби каждая из этих цифр использована один раз. Сколько из этих дробей меньше 3?

Problem 2. The digits 1, 2 and 3 are the only digits used to form all decimals, and in each of them each digit is only used once. How many of these decimals are smaller than 3?

Задача 3. Колко са всички 5-цифрени числа $3*91*$, които се делят на 22.

Задача 3. Сколько существует пятизначных чисел $3*91*$, которые делятся на 22 ?

Problem 3. How many 5-digit numbers $3*91*$ are there, such that are divisible by 22?

Задача 4. Колко са стойностите на естественото число x , ако $x\%$ от числото 56 е цяло число, по-малко от 100?

Задача 4. Сколько существует натуральных чисел x , если $x\%$ от числа 56 - целое число меньше 100?

Problem 4. How many values of the natural number x are there if $x\%$ of 56 is an integer smaller than 100?

Задача 5. Единият диагонал на четириъгълник с обиколка 20,6 см го дели на два триъгълника с обиколки 10,8 см и 15,7 см. Колко сантиметра е този диагонал?

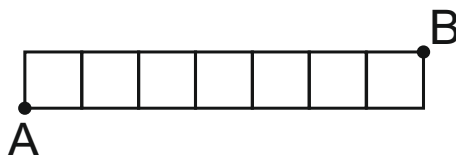
Задача 5. Диагональ делит четырехугольник с периметром 20,6 см на два треугольника с периметрами 10,8 см и 15,7 см. Найдите длину этой диагонали в сантиметрах.

Problem 5. One of the diagonals of a quadrilateral with a perimeter of 20.6 cm divides it into two triangles with perimeters of 10.8 cm and 15.7 cm. How many centimeters is this diagonal?

Задача 6. Страната на всяка от клетките е 1 см. По колко различни пътя с дължина 8 см, по страните на клетките, можем да стигнем от A до B ?

Задача 6. Сторона клеточки равна 1 см. Сколько различных путей длины 8 см, идущих по сторонам клеточек, ведет из точки A в точку B ?

Problem 6. The side length of each cell is 1 cm. How many different paths with a length of 8 cm can be taken, along the sides of the cells, in order to get from A to B ?



Задача 7. На дъската са написани числата 1, 9, 17, ..., 97, 105. Разрешено е следното действие: да изтрием две числа и вместо тях да запишем сбора им. Колко пъти е приложено това действие, ако на дъската е останало едно число?

Задача 7. На доске написаны числа 1, 9, 17, ..., 97, 105. Разрешено следующее действие: сотрем два числа и вместо них запишем их сумму. Сколько раз нужно выполнить это действие, чтобы на доске осталось одно число?

Problem 7. The numbers 1, 9, 17, ..., 97, 105 have been written on a white board. The following action is permitted: we can erase two numbers and write down their sum in their place. How many times was this action carried out if there is only one number left on the board?

AGE GROUP 6

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} - 0,625$$

Задача 1. Вычислите

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} - 0,625$$

Problem 1. Calculate

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} - 0.625$$

Задача 2. Пресметнете

$$-\left(-\left(-2-\left(-3-\left(-4-5\cdot\left(-1,5-1\frac{1}{2}\right)\right)\right)\right)\right)\right)$$

Задача 2. Вычислите:

$$-\left(-\left(-2-\left(-3-\left(-4-5\cdot\left(-1,5-1\frac{1}{2}\right)\right)\right)\right)\right)\right)$$

Problem 2. Calculate:

$$-\left(-\left(-2-\left(-3-\left(-4-5\times\left(-1.5-1\frac{1}{2}\right)\right)\right)\right)\right)\right)$$

Задача 3. За кои цели числа n числото, равно на

$$n - \frac{5}{n-1},$$

е естествено число?

Задача 3. Для каких целых чисел n число, равное

$$n - \frac{5}{n-1}$$

является натуральным числом?

Problem 3. For which integers n is the number equal to $n - \frac{5}{n-1}$ a natural number?

Задача 4. Пресметнете x , ако

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{13} + \frac{1}{x} - 1 = 0$$

Пояснение:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = 1 \text{ и } \frac{1}{a} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a(a+1)}$$

Задача 4. Вычислите x , если

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{13} + \frac{1}{x} - 1 = 0$$

Пояснение:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = 1 \text{ и } \frac{1}{a} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a(a+1)}$$

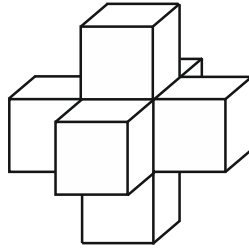
Problem 4. Find x if

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{13} + \frac{1}{x} - 1 = 0$$

Hint:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = 1 \text{ and } \frac{1}{a} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a(a+1)}$$

Задача 5. Фигурата е съставена от 7 куба, всеки с ръб 3 см. Колко квадратни сантиметра е лицето на повърхнината на полученото тяло?



Задача 5. Фигура составлена из 7 кубов, с ребром 3 см каждый. Найдите площадь поверхности полученного тела в квадратных сантиметрах.

Problem 5. The figure below is made up of 7 cubes, each with an edge of 3 cm. Find the surface area of the resulting figure in cm^2 .

Задача 6. Правоъгълен триъгълник ABC има катет $AC = 3$ см и хипотенуза $AB = 5$ см.

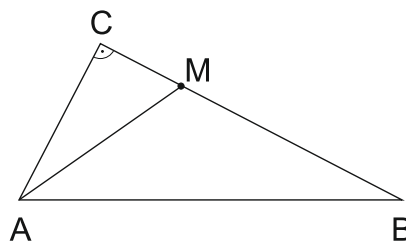
Точката M е от страната BC , такава че $CM = \frac{1}{4}CB$. Пресметнете в квадратни сантиметри лицето на $\triangle ABM$.

Задача 6. Прямоугольный треугольник ABC имеет катет $AC = 3$ см и гипотенузу $AB = 5$ см.

Точка M принадлежит стороне BC , так что $CM = \frac{1}{4}CB$. Найдите площадь $\triangle ABM$ в квадратных сантиметрах.

Problem 6. The right-angled triangle ABC has a leg $AC = 3$ cm and a hypotenuse $AB = 5$ cm.

The point M is on the side BC , such that $CM = \frac{1}{4}CB$. Find the area of $\triangle ABM$ in cm^2 .



Задача 7. Пресметнете остатък от делението на $34! - 1$ на 2025.

Пояснение: $34! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 33 \cdot 34$

Задача 7. Найдите остаток от деления числа $34! - 1$ на 2025.

Пояснение: $34! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 33 \cdot 34$

Задача 7. Calculate the remainder left after dividing $34! - 1$ by 2025.

Hint: $34! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 33 \times 34$

AGE GROUP 7

Задача 1. Ако

$$-\left(-\left(-x-\left(-x-\left(-x-\left(-x-2\right)\right)\right)\right)\right)\right)=ax+b$$

е тъждество, пресметнете $a+b$.

Задача 1. Вычислите $a+b$, если

$$-\left(-\left(-x-\left(-x-\left(-x-\left(-x-2\right)\right)\right)\right)\right)\right)=ax+b$$

тождество.

Problem 1. Calculate $a+b$ if

$$-\left(-\left(-x-\left(-x-\left(-x-\left(-x-2\right)\right)\right)\right)\right)\right)=ax+b$$

is an identity.

Задача 2. Пресметнете $(x^{-2}+x^2+2)^{-1} \cdot \left(x+\frac{1}{x}\right)$, ако $x = \left(\frac{1}{2}\right)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

Задача 2. Вычислите $(x^{-2}+x^2+2)^{-1} \cdot \left(x+\frac{1}{x}\right)$, если $x = \left(\frac{1}{2}\right)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

Problem 2. Calculate $(x^{-2}+x^2+2)^{-1} \times \left(x+\frac{1}{x}\right)$ if $x = \left(\frac{1}{2}\right)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

Задача 3. Ако $|a^2-1|=3$ и $|a|=-a$, пресметнете $|a-2|$.

Задача 3. Если $|a^2-1|=3$ и $|a|=-a$, найдите $|a-2|$.

Problem 3. If $|a^2-1|=3$ and $|a|=-a$, calculate $|a-2|$.

Задача 4. Коя е най-малката стойност на естественото число n , за която е изпълнено

$$5^n + 12^n < 13^n?$$

Задача 4. Для какого наименьшего натурального числа n выполняется неравенство

$$5^n + 12^n < 13^n?$$

Problem 4. Find the smallest value of the natural number n , for which the inequality

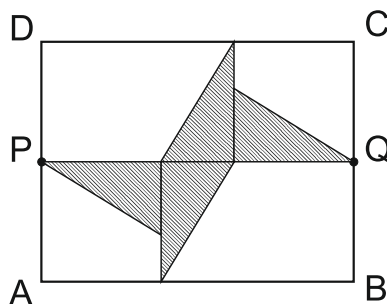
$$5^n + 12^n < 13^n$$

is true.

Задача 5. В правоъгълник ABCD точките Р и Q са среди на две от страните му. Заштрихованите правоъгълни триъгълници са с катети 12 см и 5 см. Пресметнете обиколката на правоъгълника

Задача 5. В прямоугольнике ABCD точки Р и Q - середины двух его сторон. Катеты заштрихованных прямоугольных треугольников равны 12 см и 5 см. Найдите периметр прямоугольника.

Problem 5. We are given the rectangle ABCD. The points P and Q are midpoints of two of its sides. The gray right-angled triangles have legs with lengths of 12 cm and 5 cm. Find the perimeter of the rectangle.



Задача 6. Квадрат със страна 1 е разрязан на 3 правоъгълника. Колко е най-големия възможен сбор от обиколките им?

Задача 6. Квадрат со стороной 1 разрезан на 3 прямоугольника. Чему равна наибольшая возможная сумма их периметров?

Problem 6. A square with a side length of 1 cm has been divided into 3 rectangles. Find the greatest possible sum of their perimeters.

Задача 7. Полиномът $x^3 + 2x^2 - 22x + 21$ може да се представи като произведение на два полинома $(x - 3)$ и $(x^2 + Ax - 7)$. Кое е числото A ?

Задача 7. Полином $x^3 + 2x^2 - 22x + 21$ можно представить как произведение двух полиномов $(x - 3)$ и $(x^2 + Ax - 7)$. Чему равно число A ?

Problem 7. The polynomial $x^3 + 2x^2 - 22x + 21$ can be expressed as the product of the two polynomials $(x - 3)$ and $(x^2 + Ax - 7)$. Find the number A .

AGE GROUP 8

Задача 1. Пресметнете

$$\left(1 + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}\right)^2 - 1$$

Задача 1. Вычислите

$$\left(1 + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}\right)^2 - 1$$

Problem 1. Calculate

$$\left(1 + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}\right)^2 - 1$$

Задача 2. Кое е естественото число N , за което изразът

$$\sqrt{3 + \sqrt{N}} - \sqrt{3 - \sqrt{N}}$$

е цяло число?

Задача 2. При каком натуральном N выражение

$$\sqrt{3 + \sqrt{N}} - \sqrt{3 - \sqrt{N}}$$

является целым числом?

Problem 2. Find the natural number N , for which the following expression is an integer?

$$\sqrt{3 + \sqrt{N}} - \sqrt{3 - \sqrt{N}}$$

Задача 3. Уравненията

$$x^2 + (2p + 1)x + q = 0 \text{ и } x^2 + (2q + 1)x + p = 0$$

имат точно един общ корен. Пресметнете $p + q$.

Задача 3. Уравнения

$$x^2 + (2p + 1)x + q = 0 \text{ и } x^2 + (2q + 1)x + p = 0$$

имеют ровно один общий корень. Найдите $p + q$.

Problem 3. The equations

$$x^2 + (2p + 1)x + q = 0 \text{ and } x^2 + (2q + 1)x + p = 0$$

have exactly one common root. Calculate $p + q$.

Задача 4. Колко са всички трицифрени числа, в които има поне две еднакви цифри?

Задача 4. Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых имеется хотя бы две одинаковые цифры?

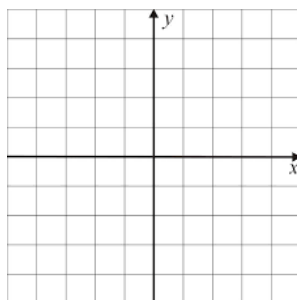
Problem 4. How many three-digit numbers have at least two identical digits?

Задача 5. Прямо правоъгълна координатна система са зададени точките

$A(2; 2)$ и $B(0; 5)$. Определете координатите на точката M , която е среда на отсечката AB .

Задача 5. В прямоугольной системе координат заданы точки $A(2; 2)$ и $B(0; 5)$. Определите координаты точки M , которая является серединой отрезка AB .

Problem 5. If the points $A(2; 2)$ and $B(0; 5)$ are plotted on the rectangular coordinate system, find the coordinates of the point M , which is a midpoint of the line segment AB .



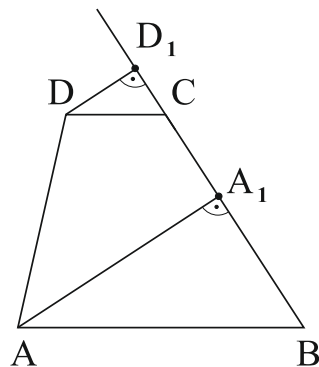
Задача 6. Четириъгълник $ABCD$ е трапец с лице 27 cm^2 ($AB \parallel CD, AB > CD$),

$AA_1 \perp BC, A_1 \in BC, DD_1 \perp BC, D_1 \in BC, BC = 6 \text{ cm}, AA_1 = 7 \text{ cm}$.

Колко cm е дължината на отсечката DD_1 ?

Задача 6. Четырехугольник $ABCD$ - трапеция с площадью 27 cm^2 ($AB \parallel CD, AB > CD$), $AA_1 \perp BC, A_1 \in BC, DD_1 \perp BC, D_1 \in BC, BC = 6 \text{ cm}, AA_1 = 7 \text{ cm}$. Найдите длину отрезка DD_1 в сантиметрах.

Problem 6. The quadrangle $ABCD$ is a trapezium with an area of 27 cm^2 ($AB \parallel CD, AB > CD$), $AA_1 \perp BC, A_1 \in BC, DD_1 \perp BC, D_1 \in BC, BC = 6 \text{ cm}, AA_1 = 7 \text{ cm}$. Find the length of the line segment DD_1 in cm.



Задача 7. Ако x и y са естествени числа, такива че $2xy + 2x + y = 9$, пресметнете $x + y$.

Задача 7. Если x и y - натуральные числа, такие что $2xy + 2x + y = 9$, найдите $x + y$.

Problem 7. If x and y are natural numbers such that $2xy + 2x + y = 9$, find $x + y$.

AGE GROUP 9

Задача 1. Пресметнете $A - B$ за тъждеството

$$\frac{3x + 5}{x^2 + 2x - 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3}$$

Задача 1. Найдите $A - B$ в тождестве

$$\frac{3x + 5}{x^2 + 2x - 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3}$$

Problem 1. Calculate $A - B$ in the identity:

$$\frac{3x + 5}{x^2 + 2x - 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3}$$

Задача 2. Пресметнете

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$$

Задача 2. Найдите

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$$

Problem 2. Calculate

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$$

Задача 3. За колко цели числа n е изпълнено неравенството?

$$9 < \sqrt{n(n+1)} < 99$$

Задача 3. Для скольких целых чисел n выполняется неравенство?

$$9 < \sqrt{n(n+1)} < 99$$

Problem 3. How many integers n satisfy the inequality?

$$9 < \sqrt{n(n+1)} < 99$$

Задача 4. В кой квадрант е пресечната точка на правите

$$y = \sqrt{2}x - \sqrt{3} \text{ и } y = \sqrt{3}x + \sqrt{2}$$

Задача 4. В какой четверти находится точка пересечения прямых

$$y = \sqrt{2}x - \sqrt{3} \text{ и } y = \sqrt{3}x + \sqrt{2}$$

Problem 4. In what quadrant is the intersection point of the straight lines

$$y = \sqrt{2}x - \sqrt{3} \text{ and } y = \sqrt{3}x + \sqrt{2}$$

Задача 5. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 2022x - 2023 = 0$, пресметнете

$$\frac{x_1 - 2023}{x_1} + \frac{x_2 - 2023}{x_2}.$$

Задача 5. Если x_1 и x_2 корни уравнения $x^2 - 2022x - 2023 = 0$, найдите

$$\frac{x_1 - 2023}{x_1} + \frac{x_2 - 2023}{x_2}.$$

Problem 5. If x_1 and x_2 are roots of the equation $x^2 - 2022x - 2023 = 0$, calculate

$$\frac{x_1 - 2023}{x_1} + \frac{x_2 - 2023}{x_2}.$$

Задача 6. Разглеждаме всички триъгълници, страните на които са целите числа 2 cm , 3 cm и $a \text{ cm}$. Колко квадратни сантиметра е най-малкото лице?

Задача 6. Рассмотрим все треугольники, длины сторон которых - целые числа 2 cm , 3 cm и $a\text{ cm}$. Найдите наименьшую площадь в квадратных сантиметрах.

Problem 6. Let us look at all triangles which have sides with lengths expressed in integers: 2 cm , 3 cm , and $a\text{ cm}$. Find the smallest area in cm^2 .

Задача 7. Намерете реалните решения на уравнението.

$$|x - 2| + |x| + |x + 2| + x^2 = 4$$

Задача 7. Найдите действительные корни уравнения.

$$|x - 2| + |x| + |x + 2| + x^2 = 4$$

Problem 7. Find the real solutions of the equation.

$$|x - 2| + |x| + |x + 2| + x^2 = 4$$

РЕШЕНИЯ И ОТГОВОРИ

AGE GROUP 3

Problem	Answer	Solution												
1	– и : – and ÷	$(16 - 6) \div 2 = 5$												
2	28	Броят на числата 11, 13, ..., 35, 37 е 14. Броят на цифрите, с които се записват е 28. <i>There are 14 numbers: 11, 13, ..., 35, 37. The number of digits used to write those numbers is 28.</i>												
3	9	$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times N = 2 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times (3 \times 3) \times 3 \times 5 \times 7 =$ $= 2 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 9 \times 3 \times 5 \times 7 =$ $= 2 \times 4 \times 4 \times 2 \times 6 \times 9 \times 3 \times 5 \times 7 =$ $= 2 \times 4 \times 8 \times 6 \times 9 \times 3 \times 5 \times 7 =$ $= 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \Rightarrow N = 9$												
4	18	<table><tr><td>9</td><td></td><td>9</td><td>45</td></tr><tr><td>9</td><td></td><td></td><td>54</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td><td>9</td><td>27</td></tr></table> $\Rightarrow$	9		9	45	9			54	9	9	9	27
9		9	45											
9			54											
9	9	9	27											

		<table><tr><td>9</td><td></td><td>9</td><td rowspan="3">45 – 18 = 27 54 – 9 – 27 = 18 27</td></tr><tr><td>9</td><td></td><td></td></tr><tr><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	9		9	45 – 18 = 27 54 – 9 – 27 = 18 27	9			9	9	9
9		9	45 – 18 = 27 54 – 9 – 27 = 18 27									
9												
9	9	9										
5	16	Разликата на обиколките е удвоената страна на квадрата. Тогава страната на квадрата е 4 см, а обиколката му е 16 см. The difference of the perimeters is the doubled side of the square. Then the side of the square is 4 cm and its perimeter is 16 cm.										
6	99	11, 22, ..., 99 101, 202, ..., 909 111, 212, ..., 919, ... 191, 291, ..., 999										
7	5	От 21 – 18 = 3 са зелените. Зелените и черните са общо 10. Тогава жълтите и сините са 11. Жълтите са 21 – 15 = 6. Тогава зелените, черните и жълтите са 3 + 7 + 6 = 16, а сините са 21 – 16 = 5. From 21 – 18 = 3 green pencils. The green and black pencils are 10 in total. Then the yellow and blue pencils would be 11. The yellow pencils are 21 – 15 = 6. Therefore, the green, black and yellow pencils are 3 + 7 + 6 = 16, and the blue pencils are 21 – 16 = 5.										

AGE GROUP 4

Problem	Answer	Solution
1	543	Между цифрите 5 и 3 поставяме цифрата 4 и получаваме $543 - 0 = 543$. We place the digit 4 between the digits 5 and 3 and we get $543 - 0 = 543$.
2	30	Към числото 3 трябва да прибавим 29 пъти 4, за да получим 119. Тогава числата са общо $29 + 1 = 30$.

		We must add the number 4 to the number 3 29 times, in order to get 119. Then the numbers would be $29 + 1 = 30$ in total.
3	74	Сборът във всяка група е 235. $28 + 42 + 74 + 91 = 235$ $37 + 56 + 61 + 81 = 235.$ Числото, което търсим, е 74. The sum in each group is 235. $28 + 42 + 74 + 91 = 235$ $37 + 56 + 61 + 81 = 235.$ The number we are looking for is 74.
4	36	$401 - 365 = 36.$
5	0, 3 или 4 0, 3 or 4	Ако четирите точки лежат на една права – 0 триъгълници. Ако три от точките лежат на една права, а четвъртата не лежи на тази права – 3 триъгълника. Ако няма три точки, които лежат на една права – 4 триъгълника. If the four points lie on the same straight line – 0 triangles. If three of the points lie on the same straight line, and the fourth does not lie on this straight line – 3 triangles. If there are no three points that lie on the same straight line – 4 triangles.
6	68	9 седмици имат 9 понеделника и 9 вторника. Всяка започва с понеделник. Ако добавим 5 дни от сряда до първия понеделник, ще получим общо $5 + 9 \times 7 = 68$ дни. 9 weeks have 9 Mondays and 9 Tuesdays. Each week starts with a Monday. If we add 5 days from Wednesday to the first Monday, we will get a total of $5 + 9 \times 7 = 68$ days.
7	24	Избираме числото 8. Числото 8 е в един ред с числата 4 и 3; в един стълб с числата 11 и 14. След първото зачеркване остават числата 7, 6, 10 и 9.

		Избираме 6. Зачеркваме 7 и 9. Остава числото 10. Търсеният сбор е $8 + 6 + 10 = 24$. Резултатът е винаги 24, защото: - числата в първия стълб са от вида $1 + 3 \times a$, където a е номера на реда; - числата във втория стълб са от вида $5 + 3 \times b$, където b е номера на реда; - числата в 3-ия стълб са от вида $3 \times c$, където c е номера на реда; Тогава сборът на избраните и останалото число е $1 + 3 \times a + 5 + 3 \times b + 3 \times c = 6 + 3 \times (a + b + c) = 6 + 3 \times (1 + 2 + 3) = 24.$ The numbers in the first column are of the type $1 + 3 \times a$, where a is the number of the row; The numbers in the second column are of the type $5 + 3 \times b$, where b is the number of the row; The numbers in the 3rd column are of the type $3 \times c$, where c is the number of the row; Therefore, the sum of the numbers you picked, and the remaining number is $1 + 3 \times a + 5 + 3 \times b + 3 \times c = 6 + 3 \times (a + b + c) = 6 + 3 \times (1 + 2 + 3) = 24.$
--	--	--

AGE GROUP 5

Problem	Answer	Solution
1	9	$\frac{a}{5} < 1 \Rightarrow a = 1, 2, 3, 4$ $\frac{b}{7} > 1 \Rightarrow b = 8, 9, 10, \dots$ $(a + b)_{min} = 1 + 8 = 9$
2	4	Това са числата 12,3; 13,2; 2,13; 2,31 – общо 4. There are 4 decimals in total: 12.3; 13.2; 2.13; 2.31
3	5	Числото $3x91y$ се дели на 11, ако 11 дели $3 - x + 9 - 1 + y = 11 - x + y \Rightarrow x = y$ Числото $3x91x$ се дели на 22, ако x е четна цифра, т.е. 0, 2, 4, 6 или 8.

		Търсените числа са 5. The number $3x91y$ would be divisible by 11 if 11 is a factor of $3 - x + 9 - 1 + y = 11 - x + y \Rightarrow x = y$ The number $3x91x$ would be divisible by 22 if x is an even number, i.e. 0, 2, 4, 6 or 8. There are 5 numbers in total.
4	7	$\frac{x}{100} \cdot 56 = \frac{14x}{25} \Rightarrow x = 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175$ Търсените стойности за x са 7. $\frac{x}{100} \times 56 = \frac{14x}{25} \Rightarrow x = 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175$ $\Rightarrow 7$ values in total
5	2,95 2.95	$((10.8 + 15.7) - 20.6) \div 2 = 2.95$
6	8	Всеки път с дължина 8 см се определя от 1 вертикална и 7 хоризонтални отсечки. Броят на изборите на вертикални отсечки е 8. Това е и броят на всички различни маршрути. Each 8 cm-long path is defined by 1 vertical and 7 horizontal segments. The number of choices of vertical segments is 8. This is also the number of all different paths.
7	13	Числата са $(105 - 1) \div 8 + 1 = 14$. След всяко действие числата намаляват с 1. На 13-то действие на дъската остава едно число. There are $(105 - 1) \div 8 + 1 = 14$ numbers. After each action the numbers decrease by 1. At the 13th action there will be one number left on the board.

AGE GROUP 6

Problem	Answer	Solution
---------	--------	----------

1	0	$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} - 0.625 = \frac{5}{8} - 0.625 = 0$
2	12	$-\left(-\left(-2 - \left(-3 - \left(-4 - 5 \times \left(-1.5 - 1\frac{1}{2}\right)\right)\right)\right)\right) =$ $= -2 - 3 - 4 - 5 \times \left(-1.5 - 1\frac{1}{2}\right) =$ $= -2 - \left(-3 - \left(-4 - 5 \times (-3)\right)\right) = -2 + 3 + 11 = 12$
3	0 и 6 0 and 6	Търсим стойностите на n, за които $\frac{5}{n-1}$ е цяло число. Това са $(-4), 0, 2$ и 6. Само за 0 и 6 стойността на израза $n - \frac{5}{n-1}$ е естествено число. We are looking for the values of n, for which $\frac{5}{n-1}$ is an integer. These are $(-4), 0, 2$ and 6. Only in the case of 0 and 6 the value of the expression $n - \frac{5}{n-1}$ is a natural number.
4	156	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{13} + \frac{1}{12 \times 13} \Rightarrow x = 156$
5	270	Лицето на повърхнината на фигурата е сбор на лицата на 30 квадрата със страна 3 см. То е $30 \times 3 \times 3 = 270$ кв. см. The surface area of the figure is a sum of the areas of 30 squares with a side length of 3 cm. It is $30 \times 3 \times 3 = 270 \text{ cm}^2$.
6	4,5 4.5	$S_{\triangle ABM} = \frac{3}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 4.5 \text{ cm}^2$
7	2024	От $34! - 1 = 34! - 2025 + 2024$ следва че остатъкът е 2022. From $34! - 1 = 34! - 2025 + 2024$ it follows that the remainder is 2022.

Problem	Answer	Solution
1	2	$-\left(-\left(-1-\left(-1-\left(-1-\left(-1-2\right)\right)\right)\right)\right)\right)=a \times 1+b$ $-\left(-\left(-1-\left(-1-\left(-1+3\right)\right)\right)\right)=a+b$ $-\left(-\left(-1-\left(-1-2\right)\right)\right)=a+b$ $-\left(-\left(-1+3\right)\right)=a+b$ $a+b=2$
2	$-\frac{1}{2}$	$\left(x^{-2}+x^2+2\right)^{-1} \cdot\left(x+\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{x^2+1} \stackrel{x=-1}{\Longrightarrow}-\frac{1}{2}$
3	4	$\left \begin{array}{l} a =-a \Rightarrow a \leq 0 \\ a^2-1 =3 \Rightarrow a=\left\{\begin{array}{l} 2>0 \\ -2<0 \end{array}\right. \Rightarrow a-2 = -2-2 =4 \end{array} \right.$
4	3	$5^1+12^1>13^1, 5^2+12^2=13^2, 5^3+12^3<13^3 \Rightarrow n=3$
5	106	Една от страните на правоъгълника е $12+12=24$, а другата е $12+5+12=29$. Търсената обиколка е 106 см. One of the sides of the rectangle is $12+12=24$, and the other side is $12+5+12=29$. The perimeter we are looking for is 106 cm.
6	8	Разрязването може да стане по два начина: Първи начин: 1 ab1-a-b 111 1 a b 1-a-b Тук сборът от обиколките е $2(1+a)+2(1+b)+2(1+1-a-b)=8.$ Втори начин:

		Тук сборът от обиколките е $2(1 + a) + 2(1 - a + b) + 2(1 - a + 1 - b) = 8 - 2a < 8.$ Най-голямата стойност, която търсим, е 8. The division can happen in two ways: First way: Here the sum of the perimeters is $2(1 + a) + 2(1 + b) + 2(1 + 1 - a - b) = 8$. Second way: Here the sum of the perimeters is $2(1 + a) + 2(1 - a + b) + 2(1 - a + 1 - b) = 8 - 2a < 8.$ The greatest value we are looking for is 8.
7	5	Ако в тъждеството $x^3 + 2x^2 - 22x + 21 = (x - 3) \times (x^2 + Ax - 7)$ заместим x с 1 ще получим вярно числово равенство. Тогава $A = 5$. $x^3 + 2x^2 - 22x + 21 = (x - 3) \times (x^2 + Ax - 7)$ If we replace x with 1 in the identity, we will get a correct numerical equality. Therefore, $A = 5$.

AGE GROUP 8

Problem	Answer	Solution
1	1	$\left(1 + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}\right)^2 - 1 = (1 + 1 - \sqrt{2})^2 - 1 = (1 + \sqrt{2} - 1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$
2	8	$n = \sqrt{3 - \sqrt{N}} - \sqrt{3 + \sqrt{N}} \Rightarrow n^2 = 6 - 2\sqrt{9 - N} \Rightarrow N = 8$
3	$-\frac{3}{4}$	Нека α е общият корен $\Rightarrow$ $\alpha^2 + (2p + 1)\alpha + q = 0$ и $\alpha^2 + (2q + 1)\alpha + p = 0 \Rightarrow 2(p - q)\alpha - (p - q) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{2p+1}{2} + q = 0 \Rightarrow p + q = -\frac{3}{4}$ Let α be the common root $\Rightarrow$ $\alpha^2 + (2p + 1)\alpha + q = 0$ and $\alpha^2 + (2q + 1)\alpha + p = 0 \Rightarrow 2(p - q)\alpha - (p - q) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{2p+1}{2} + q = 0 \Rightarrow p + q = -\frac{3}{4}$
4	252	Числата, в които има две нули са 9: 100, 200, 300, ..., 900. Числата с три еднакви цифри са 9. Числата, в които има две цифри 1 са $\underbrace{110, 101}_2, \underbrace{112, 121, 211}_3, \dots, \underbrace{119, 191, 911}_3 \Rightarrow 2 + 8 \times 3 = 26$ По 26 са числата, в които има две цифри 2, ..., две цифри 9. Така броят на числата с точно две еднакви цифри е $9 + 9 + 9 \cdot 26 = 252$. Така получихме общо 252 числа. There are 9 numbers which have two zeros: 100, 200, 300, ..., 900. There are 9 numbers that have three identical digits. There are $\underbrace{110, 101}_2, \underbrace{112, 121, 211}_3, \dots, \underbrace{119, 191, 911}_3 \Rightarrow 2 + 8 \times 3 = 26$ numbers that have two digits 1. The numbers that have two digits 2, ..., two digits 9 are 26 each. Therefore, there are $9 + 9 + 9 \times 26 = 252$ numbers that have exactly two identical digits. This is how we get all 252 numbers.

5	M (1;3,5). M (1;3.5).	Ако $O(0; 0)$, $C(0; 2)$, $D(2; 0)$, тогава абсцисата на M е равна на средната отсечка MD на триъгълник ACB, ординатата на M е равна на средната основа на трапеца $BODA$. Тогава $M(1; 3,5)$. If $O(0; 0)$, $C(0; 2)$ and $D(2; 0)$, then the x-axis of M is equal to the middle segment MD of the triangle ACB, the y-axis of M is equal to the middle base of the trapezium $BODA$. Therefore, $M(1; 3.5)$.
6	2	$S_{BDC} = \frac{DD_1 \times BC}{2}; S_{ABC} = \frac{AA_1 \times BC}{2}, S_{OBC} = S_{OAD} \Rightarrow$ $S_{BDC} + S_{ABC} = \begin{cases} \frac{DD_1 \times 6}{2} + \frac{7 \times 6}{2} \\ S_{ODC} + 2S_{OBC} + S_{AOB} = 27 \end{cases} \Rightarrow DD_1 = 2 \text{ cm}$
7	3	$2xy + 2x + y = 9 \Leftrightarrow (2x + 1)(y + 1) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 5 \\ y + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow$ $\Rightarrow x + y = 3$

AGE GROUP 9

Problem	Answer	Solution
1	1	$\frac{3x + 5}{x^2 + 2x - 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3} \Leftrightarrow \frac{3x + 5}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(A + B)x + 3A - B}{x^2 + 2x - 3}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} A + B = 3 \\ 3A - B = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = 1 \end{cases} \Rightarrow A - B = 1$
2	1	$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} = x \Rightarrow x^3 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = 1$
3	180	$9 < \sqrt{n(n+1)} < 99 \Rightarrow n = 9, 10, \dots, 98; n = -10, \dots, -99$. Неравенството е вярно за 180 цели числа. The inequality is true for 180 integers.
4	III	$\sqrt{2}x - \sqrt{3} = \sqrt{3}x + \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} < 0 \Rightarrow y = \sqrt{2}x - \sqrt{3} < 0$ пресечната точка ще е в III квадрант The intersection point will be in quadrant III.

5	2024	$x_1 = -1, x_2 = 2023 \Rightarrow \frac{x_1 - 2023}{x_1} + \frac{x_2 - 2023}{x_2} = 2024$
6	$\sqrt{\frac{63}{16}}$	$a \in (1; 5) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow S = \sqrt{\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{63}{16}} \\ a = 3 \Rightarrow S = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot \textcolor{red}{1} \cdot 1} = \sqrt{\frac{\textcolor{red}{128}}{16}} \Rightarrow S_{\min} = \sqrt{\frac{63}{16}} \\ a = 4 \Rightarrow S = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{135}{16}} \end{cases}$ $a \in (1; 5) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow S = \sqrt{\frac{7}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{63}{16}} \\ a = 3 \Rightarrow S = \sqrt{4 \times 2 \times 2 \times 1} = \sqrt{\frac{256}{16}} \Rightarrow S_{\min} = \sqrt{\frac{63}{16}} \\ a = 4 \Rightarrow S = \sqrt{\frac{9}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{135}{16}} \end{cases}$
7	0	$ x - 2 + x + x + 2 + x^2 \geq 4$ $ x - 2 + x + x + 2 + x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 0$

Брой 42 Година XIII

Издател: СНЦ „Педагогическа асоциация Образование без граници”
гр. Стара Загора, ул. Георги Сава Раковски № 90,
Любомир Любенов – Председател на Управителния съвет
Печат: „Принт Спот” ООД

гр. Стара Загора, ул. Цар Иван Шишман №105
Дадена за печат: 15.01.2026 г. Излязла от печат 25.01.2026 г.
Адрес за кореспонденция: Стара Загора, 6000, пк 288
e-mail: mwb_bg@mathematicalmail.com

„Образование без граници - мотиви, реализация, амбиции”

Number 42 Volume 13

Published by Education without Borders Pedagogical Association, Bulgaria

Bulgaria, Stara Zagora 6000, po box 288

e-mail: mwb_en@mathwithoutborders.bg

<http://www.mathematicalmail.com>;
www.mathwithoutborders.bg